ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 9 OCTOBRE 1944.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES MAURAIN.

CORRESPONDANCE.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Une généralisation de la notion de corps-corpoïde. Un corpoïde remarquable de la théorie des corps valués.* Note de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Élie Cartan.

Un ensemble Q organisé par deux lois de composition, addition $(+)$ et multiplication $(.)$ sera appelé un *corpoïde* par rapport à ces lois s'il satisfait aux conditions suivantes :

1° Q est un pseudo-groupe par rapport à la multiplication (autrement dit, la réunion d'un groupe $Q^\star$, dont l'unité sera notée 1, et d'un élément 0 [*zéro*] tel que, pour tout $a \in Q$, on ait $0.a = a.0 = 0$);

2° l'addition n'est définie que pour certains couples (a, b) d'éléments de Q, et pour de tels couples on dit que a est *addible* avec b (notation : $a \,\mathrm{AD}\, b$); pour tout $a \in Q$, on a $0 ad a$; l'ensemble R des éléments de Q addibles avec 1 est un groupe abélien par rapport à l'addition, et tout $a \in Q$ addible avec un élément de R est $\in R$;

3° la multiplication est doublement distributive par rapport à l'addition, autrement dit, si $a \,\mathrm{AD}\, b\, (a, b, c \in Q)$, on a $a.c \,\mathrm{AD}\, b.c$, $c.a \,\mathrm{AD}\, c.b$, $(a+b).c = a.c + b.c$ et $c.(a+b) = c.a + c.b$.

On démontre que R est un corps (en général gauche), dit le *corps* du corpoïde Q, que l'ensemble $R^\star$ des éléments non nuls de R est un sous-groupe invariant de $Q^\star$, et que, par suite, $\mathfrak{M} = Q^\star/R^\star$ est un groupe, dit le *groupe* de corpoïde Q; que l'ensemble des éléments de Q addibles avec un $a \in Q$ est $a.R = R.a$. La caractéristique p de R sera dite aussi la *caractéristique de* Q. Q sera dit un corpoïde *commutatif* si sa multiplication est commutative.

Un sous-ensemble q de Q, qui est un corpoïde par rapport aux lois de composition qui y sont induites par celles de Q, est dit un *sous-corpoïde* de Q [et Q est dit une *extension* (corpoïdale) de q] si le corps r de q est égal à $R \cap q$. On peut identifier, d'une manière évidente, r avec un sous-groupe de R et le groupe $\mathfrak{m}$ de q avec un sous-groupe de $\mathfrak{M}$. Ceci fait, on appellera le nombre $(Q:q) = (R:r)(\mathfrak{M}:\mathfrak{m})$, le *degré* de l'extension Q/q. Q étant un corpoïde commutatif, soit $\tilde{R}/r$ la plus grande sous-extension séparable de R/r, et soit $\tilde{\mathfrak{M}}$ le plus grand groupe entre $\mathfrak{m}$ et $\mathfrak{M}$ qui soit d'indice premier à p par rapport

à $\mathfrak{m}$; alors, $(\tilde{Q}:q)=(\tilde{R}:r)(\mathfrak{M}:\mathfrak{m})$ s'appelle le *degré réduit* de Q/q. Une extension corpoïdale commutative Q/q est dite *séparable* si $(Q:q)=(\tilde{Q}:q)$. On prouve que parmi les sous-extensions séparables de Q/q il existe une plus grande $\tilde{Q}/q$.

Une application σ d'une extension Q d'un corpoïde q dans une extension Q' de q est dite un *isomorphisme* de Q/q dans ou sur Q'/q, si elle est un isomorphisme de la structure [1] du corpoïde Q dans ou sur celle de Q' conservant les éléments de q. Si $Q'=Q$, un isomorphisme de Q/q sur Q'/q est dit un *automorphisme* de Q/q. Une extension corpoïdale commutative est dite *galoisienne* si elle possède $(\tilde{Q}:q)$ automorphismes. On peut montrer que toute extension commutative Q d'un corpoïde (commutatif) q peut être plongée dans des extensions commutatives et galoisiennes Q' de q, et que toutes les extensions galoisiennes minimales Q^0/q contenant Q coïncident à un isomorphisme près. Ceci permet de définir, de la même manière que pour les extensions des corps commutatifs, le groupe $\mathcal{G}_{K/k}$ et l'hypergroupe $g_{K/k}$ de Galois [2] d'une extension corpoïdale commutative Q/q, et de prouver le *théorème de Galois* : *h étant un sous-hypergroupe* $g_{K/k}$, *il existe une et une seule sous-extension séparable* $\overline{Q}/q$ *de* Q/q (qu'on dit *appartenir à h dans* Q) *telle que* $g_{Q/\overline{Q}}=h$, *et* $g_{\overline{Q}/q}$ *s'identifie de façon habituelle avec le quotient droit* [3] $g_{Q/q}/g_{Q/\overline{Q}}$. La démonstration de ce théorème, qui sera donnée ailleurs, exige l'emploi d'une généralisation de la théorie de Galois ordinaire et du *Hauptgeschlechtssatz* de E. Noether [4].

Soit K un corps valué, et soit $\mathfrak{P}$ son idéal premier. Subdivisons K en classes, en mettant deux nombres α, β de K dans une même classe si, et seulement si $(\alpha/\beta)-1\in\mathfrak{P}$. Tous les nombres α d'une classe a ont une même valuation, qui sera notée $|a|$. L'ensemble des opposés $-\alpha$ des nombres α d'une classe a est une classe qui sera notée $-a$. $\{0\}$ est une classe, qui sera notée 0. On définira comme suit, dans l'ensemble S de ces classes, l'addition et la multiplication : le produit $a.b$ des a, $b\in S$ est l'ensemble des produits $\alpha\beta$, $\alpha\in a$, $\beta\in b$, au sens de la multiplication de K; un $a\in S$ est addible avec un $b\in S$, si, et seulement si $|a|=|b|$ ou $|a|=0$; si a AD b et si $b\neq -a$, la somme $a+b$ des a, $b\in S$ est l'ensemble des sommes $\alpha+\beta$, $\alpha\in a$, $\beta\in b$, au sens de l'addition de K; $a+(-a)=0 (a\in S)$. L'ensemble S ainsi organisé est un corpoïde commutatif, dit le *squelette* de K; son corps R et son groupe $\mathfrak{M}$ peuvent être identifiés (et le seront) avec le corps de restes et le module de valuation de K, et S est, en quelque sorte, leur synthèse; k étant un sous-corps de K, le

---

(1) Voir N. Bourbaki, *Éléments de mathématiques*, livre I, fasc. de résultats, § 8.

(2) Voir par exemple Krasner, *Thèse* (*Mém. de l'Acad. de Belgique*, 11, 1937, iv, chap. I).

(3) Voir par exemple Krasner, *Duke Math. Journ.*, 6, 1940, p. 123.

(4) Voir par exemple Deuring, *Algebren*, p. 66.

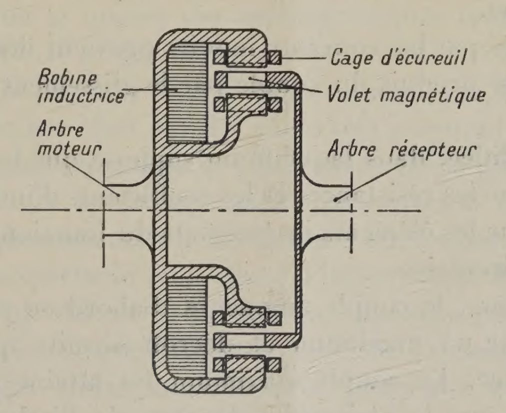
squelette s de k peut s'identifier avec un sous-corpoïde du squelette S de K. Des Notes qui suivront montreront que l'extension squelettique S/s d'une extension valuée K/k et son hypergroupe de Galois $g_{S/s}$ jouent un rôle important dans la théorie de la ramification de cette extension K/k.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Embrayage électrique d'un type spécial à faible inertie.* Note ([1]) de MM. **D. S. de Lavaud** et **Ch. Milde**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Il est indispensable de pouvoir arrêter un véhicule à moteur thermique sans arrêter le moteur. Il est non moins nécessaire de pouvoir modifier, à tout moment, la démultiplication du mouvement fourni par le moteur. C'est là précisément le rôle de l'embrayage.

L'embrayage à friction, communément utilisé, présente deux inconvénients : si le glissement est nul, les couples perturbateurs indésirables sont intégralement transmis du moteur au véhicule et, ce qui est aussi gênant, du véhicule au moteur; si le couplage est progressif, le glissement est accompagné de l'usure des matières en contact.

Ces deux défauts sont supprimés par les embrayages hydrauliques ou électriques. L'embrayage électrique, objet de la Note actuelle, présente, outre des particularités qui apparaîtront au cours de la description, l'avantage d'un poids réduit qui permet son emploi généralisé dans l'automobile.



L'appareil comporte un circuit magnétique en acier doux, en forme d'anneau, dont la section pour un plan passant par l'axe est représentée dans la figure ci-dessus. Dans l'intérieur de l'anneau est logée une bobine inductrice circulaire de même axe que le circuit magnétique. Cet ensemble est solidaire du moteur; l'ouverture se trouve du côté de la boîte de vitesse. En bout de l'arbre mené est monté un disque non magnétique qui porte, à sa périphérie, une couronne de barrettes en acier doux équidistantes et perpendiculaires au plan du disque.

([1]) Séance du 5 juin 1944.

Ces barrettes ou volets se trouvent du côté du moteur et s'engagent exactement dans l'espace libre entre les lèvres de l'anneau en laissant simplement un petit entrefer sur la périphérie extérieure, et un autre sur la périphérie intérieure. Il n'y a donc aucune liaison mécanique entre les deux arbres.

Si la bobine est parcourue par un courant continu, les volets, qui ferment le circuit magnétique, sont aimantés radialement, mais ne sont soumis à aucune force tangentielle. Pour créer cette force on dispose le circuit magnétique et, au voisinage des volets, deux induits du type dit *cage d'écureuil* à grand nombre de barres logées dans des encoches ouvertes sur l'entrefer.

Dans ces conditions, quand un volet aimanté se déplace entre ces deux induits, les courants, qui prennent naissance dans les barres des cages d'écureuil, tendent à s'opposer aux variations de flux, conformément à la loi de Lenz et, par conséquent, à diminuer le nombre de lignes de force sur le bord avant du volet pour les rejeter vers l'arrière, donnant naissance ainsi à une attraction magnétique dissymétrique qui tend à s'opposer au mouvement du volet.

Si, sans chercher à localiser la forme tangentielle, nous examinons le fonctionnement de l'appareil du point de vue énergétique, nous observons que, les cages d'écureuil constituant un système polyphasé, le flux dans la bobine inductrice demeure constant, la source d'excitation ne fournit donc toujours que la même puissance; en outre l'énergie magnétique emmagasinée demeure constante en moyenne.

La chaleur dégagée par les courants induits provient donc du travail mécanique exprimé par le produit du couple par le glissement angulaire entre les deux arbres.

Une théorie simplifiée, dans laquelle on suppose que le circuit magnétique n'est pas saturé et que les résistances et les coefficients d'inductance demeurent constants, montre que les éléments intéressants du fonctionnement sont donnés par un diagramme circulaire.

Selon ce diagramme, le couple augmente d'abord en même temps que le glissement, passe par un maximum et décroît ensuite quand le glissement continue à augmenter. Le couple maximum est atteint pour un glissement d'autant plus faible que la résistance ohmique de l'induit est plus réduite. Ces caractéristiques ne sont pas entièrement satisfaisantes pour l'automobile; elles ont été améliorées par l'introduction de nouveaux facteurs.

En fait la résistance n'est pas constante, elle augmente avec la fréquence par suite de la localisation superficielle du courant; un choix convenable de la saturation magnétique, de la forme des barres de l'induit, et du nombre de volets, a permis d'utiliser cet effet pour augmenter le couple aux grands glissements, ce qui répond aux exigences qui se présentent au démarrage.

La particularité de l'embrayage que nous venons de décrire est que tous les éléments de grande inertie, circuit magnétique, bobine inductrice et cages

d'écureuil, sont groupés en un ensemble unique qui est solidaire du moteur et qui tient lieu de volant.

La partie liée à l'arbre mené ne comporte que les volets et présente, comme il convient, une inertie extrêmement réduite, ce qui est indispensable pour les applications envisagées.

De plus, pendant le changement possible de la démultiplication sur l'arbre mené, le courant d'excitation se trouve momentanément coupé, ce qui facilite considérablement ce changement.

Un autre avantage de cette disposition est que l'appareil peut subir une surcharge momentanée importante sans que sa température atteigne une valeur dangereuse, car la dissipation des calories est exclusivement localisée dans la partie de grande inertie calorifuge solidaire du moteur.

Enfin la réalisation de l'appareil sous cette forme permet de le loger dans le même espace qu'un embrayage mécanique ordinaire et de prévoir son application à tous les modes de locomotion mécanique.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Influence de la longueur d'onde sur le niveau général des parasites atmosphériques.* Note (¹) de M. **Robert Bureau**, présentée par M. Charles Maurain.

Une expérience, presque aussi ancienne que les premiers essais de radiotélégraphie, montre que le niveau des atmosphériques croît quand la longueur d'onde augmente. Cette propriété fut même, avant qu'on fît usage des ondes courtes, le principal obstacle aux liaisons radiotélégraphiques à très grande distance, qui se faisaient alors sur des ondes très longues (de 14000 à 22000^{m}). J'ai étudié depuis longtemps déjà ce phénomène sur la partie du spectre radioélectrique relative aux ondes myriamétriques (10000 à 25000^{m}) au moyen d'enregistrements permanents du niveau des atmosphériques, et j'ai signalé que cette influence spectrale était due à l'intervention de l'ionosphère sur la propagation à grande distance de l'énergie rayonnée par les sources d'atmosphériques (²). Il restait à étendre cette étude sur l'ensemble du spectre radioélectrique depuis les ondes kilométriques jusqu'aux ondes décamétriques. Dans le but de résoudre ce problème, j'ai procédé pendant plusieurs années à des enregistrements permanents simultanés du niveau moyen des atmosphériques sur environ six ondes réparties comme suit : 25000^{m}, 11000^{m}, 5000^{m}, 2000^{m}, 800^{m}, 115^{m}. Sur la gamme des ondes courtes, où les difficultés d'enregistrement sans brouillages s'accumulent et où l'on doit de temps à autre se défendre en changeant de longueur d'onde, j'ai recueilli une documentation

(¹) Séance du 25 septembre 1944.

(²) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 170; *La Météorologie*, nouv. série, **7**, 1931, p. 210.

assez étendue, tantôt sur une onde, tantôt sur une autre, les principales ondes utilisées étant 20^{m}, 26^{m}, 33^{m} et 85^{m}.

Les principales conclusions auxquelles conduit l'analyse de cette vaste documentation sont les suivantes : dans l'ensemble l'influence de la longueur d'onde s'exerce par une variation de la portée des sources d'atmosphériques. Sauf quelques exceptions sur lesquelles nous reviendrons plus loin, la portée des sources d'atmosphériques diminue quand la longueur d'onde diminue. C'est-à-dire que, toutes choses égales d'ailleurs, le choix d'une longueur d'onde pour un enregistreur revient à choisir le rayon dans lequel on détecte les orages par l'interception des ondes rayonnées par leurs éclairs. Plus la longueur d'onde est courte, plus ce rayon se rétrécit. En gros, le niveau des atmosphériques se réduit donc rapidement comme se réduit la surface explorée à distance, c'est-à-dire en raison inverse du carré de la portée. Ainsi s'explique la variation de la forme des courbes quotidiennes avec la longueur d'onde; variation d'autant moins accentuée que les principales sources d'atmosphériques sont plus proches; quand dominent les foyers orageux à faible distance, les courbes des différentes longueurs d'onde sont de plus en plus semblables les unes aux autres. Même en l'absence de toute documentation autre que les enregistrements d'atmosphériques, l'analyse de certains cas simples permet d'atteindre certaines conclusions numériques. C'est ainsi qu'il est possible de présenter, avec toutes les réserves qui s'imposent et à titre indicatif, le tableau suivant donnant des ordres de grandeur de la portée des atmosphériques en fonction de la longuenr d'onde. Il serait prématuré de dire quelle est la stabilité de ces résultats et comment ils varient, en particulier en fonction de la saison et de l'époque. Ils ont trait à des exemples de jour; les portées de nuit sont beaucoup plus considérables, tout au moins pour les ondes hectométriques et plus longues.

Longueur d'onde (m)	25000	11000	5000	2000	800	115	26
Portée (km)	>3000	2500	1500	1000	400	100	46 environ

Le cas des ondes courtes mérite une mention particulière. On y doit distinguer deux catégories : *a.* les atmosphériques provenant directement des éclairs d'orages rapprochés; *b.* les atmosphériques propagés par l'ionosphère. Dans cette dernière catégorie le fait principal est l'intervention de la zone de silence, qui est elle-même la conséquence d'une mauvaise propagation due à une courbure insuffisante du rayon radioélectrique, par suite d'une densité électronique trop faible dans l'ionosphère. Il en résulte une disparition brutale des atmosphériques au début de la nuit, et une réapparition brutale au lever du Soleil, le phénomène matinal étant moins accentué que celui du soir. Le niveau général de ces atmosphériques est le plus souvent trop faible pour qu'on puisse sortir parmi les brouillages une courbe bien nette. Les jours où ce niveau est suffisant, voici à peu près comment se présente l'allure des courbes :

la courbe commence à se dessiner au début de l'après-midi; elle accuse de grandes ondulations dont l'enveloppe s'élève progressivement jusqu'aux environs du coucher du Soleil; ces ondulations paraissent les mêmes que celles qu'on observe au même moment dans le champ de certains émetteurs lointains sur ondes courtes. Finalement la courbe retombe brutalement vers le zéro en une fois ou en plusieurs fois; le plus souvent la courbe reste au zéro pendant la nuit.

A côté de ces particularités rencontrées sur ondes courtes, il convient d'en signaler une localisée dans le spectre entre une limite assez floue vers 7000^m de longueur d'onde, et une limite beaucoup plus nette vers 16000^m. C'est l'existence d'une crevasse au lever et surtout au coucher du Soleil due à une forte absorption des ondes comprises entre ces deux limites chaque fois que la séparation du jour et de la nuit se trouve entre le foyer d'atmosphériques et l'enregistreur. Cette crevasse se manifeste pour des distances supérieures à 750^{km} environ. Elle a pour conséquence d'affaiblir à ce point la portée sur 11000^m et les ondes voisines que celle-ci devient inférieure à la portée sur 2000^m de longueur d'onde; il n'est pas rare d'assister vers le coucher du Soleil à une montée brutale de la courbe sur 2000^m au moment où celle sur 11000^m descend vers le fond de sa crevasse.

Ces résultats montrent tout le parti que l'on pourra tirer des enregistrements du spectre grâce à leurs indications d'ordre télémétrique. De telles indications rapprochées des données goniométriques faciliteront l'exploration à distance des principaux foyers d'atmosphériques, c'est-à-dire des principales zones orageuses.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la microsculpture interne du test des Gastéropodes.* Note de Mme **Laure-J. Lhoste**.

Au cours de la révision d'une collection de Planorbes fossiles du Tertiaire et du Quaternaire (conservée au Laboratoire de Géologie du Muséum), j'ai éprouvé la difficulté qu'il y avait à déterminer des Planorbes d'après les caractères extérieurs du test. De plus le test d'individus fossiles est souvent détérioré. C'est ce qui m'a amenée à rechercher s'il n'existait pas d'autres caractères permettant la détermination.

L'observation du tour embryonnaire (déjà pratiquée par les zoologistes) n'avait pas encore été appliquée à la détermination de Planorbes fossiles. L'étude du tour embryonnaire, dans ce genre, est relativement aisée, la chambre préconchyale étant conservée intacte. J'ai constaté la valeur spécifique des tours embryonnaires. De plus une certaine filiation existe entre les espèces d'un même sous-genre, ce qui est intéressant pour une première classification.

D'autre part l'interaction entre le milieu ambiant et l'individu édifiant son

test est indéniable. Cependant le test est bien le résultat d'une activité spéciale de l'organisme, puisque, comme l'a constaté M. Manigault, en 1939, « toute lésion du manteau entraîne l'absence de la coquille ». La participation organique de l'individu dans la constitution de son test m'a amenée à rechercher s'il n'était pas porteur de signes spécifiques.

Pour cela j'ai observé, à sec, avec des dispositifs épiscopiques permettant des grossissements de l'ordre de $\times 1000$ à $\times 1200$, des fragments de la face interne du test. On voit alors une ornementation, une microsculpture interne. C'est ainsi que *Planorbis carinatus* montre à l'observation des séries espacées de perles bien rondes, que *P. vortex* présente des perles oblongues dont les séries sont beaucoup plus rapprochées, et *P. lens*, espèce du Tertiaire, porte comme microsculpture des faisceaux de droites divergentes. Cette microsculpture spécifique est visible chez les espèces vivantes comme chez les fossiles.

J'ai observé une semblable microsculpture sur des genres autres que *Planorbis*. Elle semble devoir être considérée comme un caractère de détermination au même titre que la forme extérieure du test et de la bouche.

Du point de vue géologique, son intérêt réside en ce qu'elle permet d'identifier spécifiquement non seulement des individus complets, mais aussi des fragments isolés.

A 15h15m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h15m.

L. B.

ERRATA.

(Séance du 24 juillet 1944.)

Note de M. *André Charrueau*, Sur la déformation infiniment petite et sur des congruences qui s'y rattachent :

Page 107, ligne 14, *au lieu de* $P'(x, y_1, z)$, *lire* $P'(x_1, y_1, z)$.

Page 108, remplacer la note du bas de la page, par *Bull. Sci. math.*, 2e série, **68**, mars-avril 1944, p. 66.